

Meno a priezvisko:

Škola:

Škola pre mimoriadne nadané deti a Gymnázium

Predmet:

Fyzika

Školský rok/blok:

/

Skupina:

Trieda:

Dátum:

Teória

## 2 Mechanické kmitanie a vlnenie

### 2.2 Mechanické vlnenie

---

#### 2.2.1 Vlnenie

**Vlnenie** je jedným z najrozšírenejších fyzikálnych javov.

Vlnením je zvuk, svetlo, rozhlasový a televízny signál, pomocou vlnenia komunikujú mobilné telefóny, ... . Napriek tomu, že sa tieto rôzne druhy vlnenia podstatným spôsobom líšia, základné vlastnosti a princípy sú rovnaké. **Vysvetlíme ich na mechanickom vlnení.**

**Ak dopadne predmet na pokojnú hladinu rybníka, vznikne kmitavý rozruch, ktorý sa z miesta vzniku šíri všetkými smermi. Ak dosiahne vlnenie predmet ležiaci na hladine (list stromu, labuť, ... ), rozkmitá ich, ale neposunie z miesta.**

Podstatou mechanického vlnenia je prenos kmitania látkovým prostredím. Šírenie vln nie je spojené s prenosom látky, ale prenáša sa energia.

**Mechanické vlnenie je dej, pri ktorom sa kmitavý rozruch šíri prostredím** (sú to kmitavé pohyby, ktoré sú na sebe závislé). Pri tomto pohybe nedochádza k transportu látky.

Mechanické vlnenie vzniká v pevných, kvapalných a plyných látkach. Jeho príčinou je **existencia väzbových síl** medzi časticami (atómami, molekulami) prostredia, ktorým sa vlnenie šíri. Kmitanie jednej častice sa väzbovými silami prenáša na ďalšie častice. Takéto prostredie sa nazýva pružné prostredie.

#### 2.2.2 Vznik a druhy vlnenia

Mechanické vlnenie vzniká v látkach všetkých skupenstiev a jeho príčinou je existencia väzbových síl medzi časticami látky – **kmitanie jednej častice so vzájomnými väzbami sa prenáša na ďalšie častice**. Súčasne sa na častice prenáša energia kmitavého pohybu. Takéto prostredie sa nazýva **pružné prostredie**.

Pružné prostredie si môžeme predstaviť ako mechanické oscilátory, ktoré sú vzájomne spojené väzbou (ako napríklad spriahnuté kyvadlá). Ak vychýlime prvé kyvadlo z rovnovážnej polohy, začne kmitať a kmitanie sa pomocou väzieb prenáša (šíri) na ostatné častice určitou rýchlosťou.

Zdrojom mechanického vlnenia je mechanický oscilátor a pružným prostredím sa vlnenie šíri určitou rýchlosťou. V závislosti od smeru výchylky kmitania jednotlivých bodov a smeru šírenia vlnenia sa vlnenie delí na:

1. **Priečne – hmotné body kmitajú v smere kolmom na smer šírenia vlnenia.** Toto vlnenie je typické pre pevné pružné telesá tvaru tyčí, vlákien, ... .  
Príklady: Vlnenie na hladine rybníka, chvenie tyče, do ktorej udrieme kladivom, ... .
2. **Pozdĺžne – hmotné body kmitajú v smere šírenia vlnenia.** Toto vlnenie je typické pre telesá (všetkých skupenstiev), ktoré sú pružné pri zmene objemu (pri stláčaní a rozpínaní).  
Príklady: šírenie zvuku vo vzduchu, ... .

Vlnenie môžeme rozdeliť aj z iného pohľadu – podľa prenosu energie:

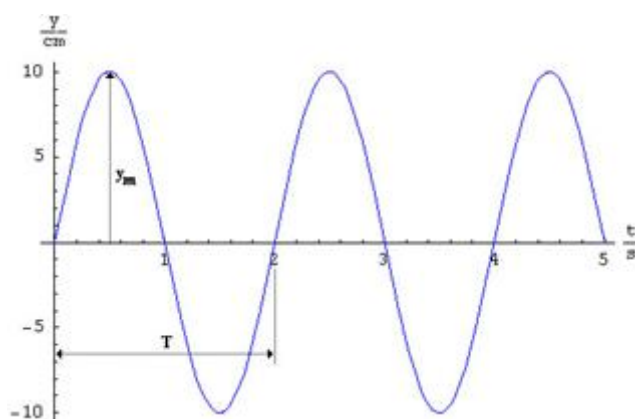
1. Vlnenie postupné – energia sa vlnením prenáša.
2. Vlnenie stojaté – energia sa vlnením neprenáša.

Stojaté vlnenie je možné pozorovať napríklad na kmitajúcej strune – vlna stojí na mieste, nešíri sa daným prostredím.

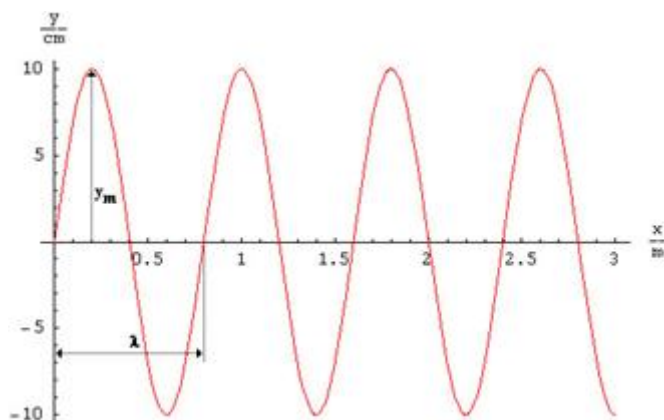
Ak vykoná prvý rozkmitaný bod jeden kmit za dobu, ktorá je rovná perióde kmitania  $T$  zdroja vlnenia, rozšíri sa vlnenie do vzdialenosti  $\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f}$ , ktorá sa nazýva **vlnová dĺžka**. Všetky

body kmitajú s rovnakou amplitúdou a uhlovou frekvenciou, ale líšia sa fázou. S rovnakou fázou kmitajú body, ktoré sú vzdialené práve o vlnovú dĺžku, teda:

**Vlnová dĺžka je najmenšia vzdialenosť dvoch bodov, ktoré kmitajú s rovnakou fázou. Vlnovú dĺžku tiež nazývame dĺžka vlny.**



V prípade mechanického kmitania sme zobrazovali graf závislosti okamžitej výchylky od času. Pri vlnení nie je ale čas jediným parametrom, jedinou neznámou, pretože závisí aj od toho, do akej vzdialenosti sa vlnenie rozšíri.



Má zmysel zakreslovať aj graf závislosti okamžitej výchylky od vzdialenosti kmitajúcich bodov od zdroja vlnenia. Tvrdenie „Okamžitá výchylka vlnenia v čase  $t$  je  $y$ .“ nemá z fyzikálneho hľadiska zmysel. Závisí od miesta, kde výchylku vyšetrujeme.

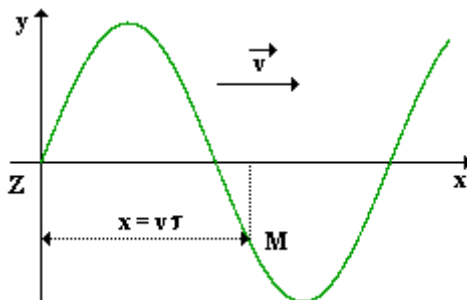
Ak vhodíme kameň do vody a budeme sledovať jediný bod na vodnej hladine, môžeme nakresliť graf závislosti výchylky od času. Ale napríklad do vzdialenosti 1 meter od miesta dopadu kameňa sa vlna rozšíri za dvojnásobný čas ako do vzdialenosti pol metra od miesta dopadu kameňa. Preto je nutné k polnému opisu okamžitej výchylky mať k dispozícii obidva grafy, tj. aj graf závislosti okamžitej výchylky od vzdialenosti od zdroja kmitania.

Na základe predošlých grafov môžeme určiť niektoré charakteristiky vlnenia. Z prvého vyčítame periódu vlnenia (teda aj periódu kmitania zdroja)  $T = 2s$  a amplitúdu  $y_m = 10cm$ .

Z druhého grafu vyčítame vlnovú dĺžku vlnenia  $\lambda = 0,8m$ . A vzhľadom k tomu, že vlnová dĺžka zodpovedá vzdialenosti, ktorú vlna prejde za jednu periódu, je možné určiť aj veľkosť rýchlosti šírenia vlny:  $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,8}{2} m.s^{-1} = 0,4m.s^{-1}$ .

### 2.2.3 Rovnica postupného vlnenia

Výchylka v ľubovoľnom bode radu, ktorým sa vlnenie šíri, závisí nielen od času  $t$ , ale tiež od vzdialenosti  $x$  od zdroja vlnenia. Kmitanie zdroja vlnenia je opísané rovnicou  $y = y_m \sin \omega t$ . Postupné vlnenie sa šíri radom bodov od zdroja  $Z$ , ktorý kmitá harmonicky. Veľkosť rýchlosti vlnenia v danom prostredí je  $v$ . Do ľubovoľného bodu  $M$ , ktorého vzdialenosť od zdroja je  $x$ , vlnenie dospeje za čas  $\tau = \frac{x}{v}$ .



O tento čas je kmitanie bodu  $M$  oneskorené oproti kmitaniu zdroja  $Z$ . Je možné napísať:

$$y = y_m \sin[\omega(t - \tau)] = y_m \sin\left[\frac{2\pi}{T} \cdot \left(t - \frac{v}{x}\right)\right] = y_m \sin\left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

Táto rovnica platí pre priečne i pozdĺžne harmonické vlnenie v homogénnom prostredí (naviac predpokladáme, že vlnenie je netlmené).

**Ako vidíme, rovnice obsahujú dve neznáme – čas  $t$  a vzdialenosť  $x$  sledovaného bodu od zdroja vlnenia. V skutočnosti sa jedná o funkciu dvoch premenných, ktorej graf by bolo nutné zobrazovať do 3D grafu. Výsledkom by bola zvlnená plocha (akýsi „lietajúci koberček“), ktorej priemety do roviny  $xy$  a  $ty$  sú sínusoidy.**

Veľičina  $2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$  je fáza vlnenia – pokiaľ by vlnenie postupovalo v smere zápornej časti osi

$x$ , bola by fáza  $2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$ . **Veľičiny opisujúce vlnenie sú funkciami času a polohy (súradnice) bodu, ktorým vlnenie prechádza.**

### 2.2.4 Postupné mechanické vlnenie

Postupné mechanické vlnenie je vlnenie, pri ktorom sa kmitavý rozruch šíri istou rýchlosťou v smere jednej osi. Rozlišujeme dva druhy postupného vlnenia - postupné priečne vlnenie (amplitúdy sú kolmé na smer, ktorým sa vlnenie šíri) a postupné pozdĺžne vlnenie (kmitý sa dejú v smere, ktorým vlnenie postupuje).

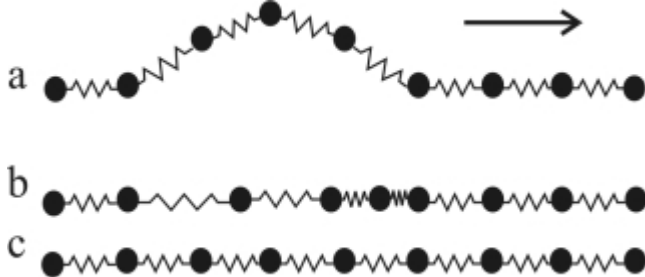
Prostredie sa nazýva **pružné**, ak medzi jeho časticami existujú väzbové sily pôsobiace proti deformácii. Plynné, kvapalné aj pevné prostredie má **objemovú pružnosť** - medzi jeho časticami existujú sily pôsobiace proti zmene objemu.

Pevné prostredie má aj **tvarovú pružnosť** – medzi jeho časticami existujú sily pôsobiace proti zmene tvaru. Plyny a kvapaliny sú tekuté, preto nemajú tvarovú pružnosť, ale povrchová vrstva kvapaliny má tvarovú pružnosť.

Ak sa v pružnom prostredí nachádza kmitajúce teleso, účinkom väzbových síl sa postupne rozkmitajú častice prostredia – prostredím sa šíri kmitavý pohyb.

**Šírenie kmitavého pohybu prostredím sa nazýva postupné mechanické vlnenie.** Kmitajúce teleso je **zdroj vlnenia**. Pri postupe mechanického vlnenia sa mení aj energia prostredia.

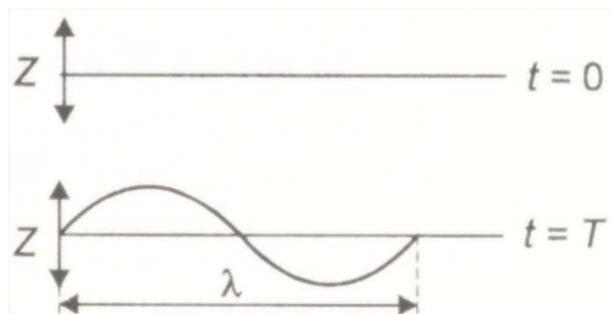
Mechanické vlnenie sa nazýva **priečne**, ak smer kmitov je kolmý na smer postupu vlnenia. Priečne vlnenie je možné iba v tvarovo pružnom prostredí, teda v pevných látkach a v povrchovej vrstve kvapaliny.



Mechanické vlnenie sa nazýva **pozdĺžne**, ak smer kmitov je rovnobežný so smerom postupu vlnenia. Pozdĺžne vlnenie je možné v plynnom, kvapalnom aj pevnom prostredí.

Ak sa vlna šíri pozdĺž lana tak, že časti lana kmitajú („hore-dolu“) kolmo na lano ako na obrázku situácia „a“, potom takéto vlnenie nazývame **priečne vlnenie**. Ak časti prostredia kmitajú v smere šírenia vlnenia, ako v situácii „b“, potom ho nazývame **pozdĺžne vlnenie**. Pri pozdĺžnom vlnení sa šíria za sebou oblasti zhusteného a zriedeného prostredia.

### 2.2.5 Postupné vlnenie v rade bodov



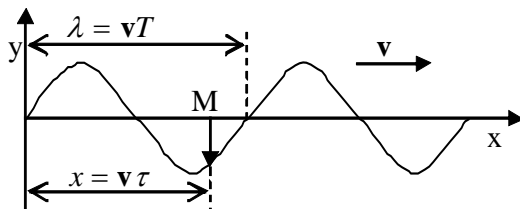
Uvažujme rad bodov, ktorého prvý bod  $Z$  kmitá kolmo na rad podľa rovnice  $y(t) = y_m \sin \omega t$ . Od bodu  $Z$  sa postupne rozkmitajú ďalšie body radu s rovnakou frekvenciou  $f$  ako bod  $Z$ , ale s inou fázou. Radom bodov sa bude šíriť kmitavý pohyb, teda vznikne postupné priečne mechanické vlnenie. Pre postupné mechanické je charakteristické, že všetky body prostredia, do ktorých sa vlnenie dostalo, kmitajú s rovnakou frekvenciou a amplitúdou (ak neuvažujeme straty energie) ale s rôznou fázou, pričom istá hodnota fázy, sa nazýva **fázová rýchlosť vlnenia**. Vzdialenosť, ktorú vlnenie prejde za jednu periódu, sa nazýva **vlnová dĺžka  $\lambda$  vlnenia** (vzdialenosť, do ktorej vlnenie dospeje za periódu  $T$  kmitania zdroja vlnenia, sa nazýva **vlnová dĺžka  $\lambda$** ):

Platí:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

kde  $f$  je frekvencia zdroja vlnenia,

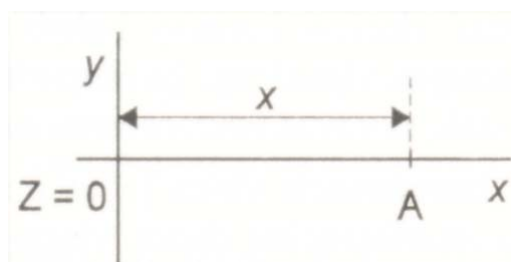
$v$  je rýchlosť, ktorou sa vlnenie šíri - je fázová rýchlosť vlnenia. Je to rýchlosť, ktorou sa premiestňuje rovnaká fáza kmitania jednotlivých bodov. Z tohto hľadiska je vlnová dĺžka vzdialenosť dvoch najbližších bodov, ktoré kmitajú s rovnakou fázou.



Ak radom bodov postupuje priečne vlnenie, nadobudne rad tvar vlnovky, ktorej horná časť sa nazýva *vrch* a dolná časť *dol*. Ak vlnenie je pozdĺžne, rad nemení tvar, ale v ňom vznikajú zhustenia a zriedenia.

Uvažujme postupné priečne vlnenie v rade bodov. Budeme hľadať rovnicu, ktorá umožní vypočítať okamžitú výchylku ľubovoľného bodu v ľubovoľnom čase. Takáto rovnica sa nazýva rovnica vlnenia. Nech zdroj  $Z$  v začiatku súradnicovej sústavy kmitá podľa rovnice  $y(t) = y_m \sin \omega t$ . Ak fázová rýchlosť vlnenia je  $v$ , tak do bodu  $A$  sa vlnenie dostane za dobu

$\Delta t = \frac{x}{v}$ , kde  $x$  je vzdialenosť bodu  $A$  od zdroja  $Z$ .



Okamžitá výchylka bodu  $A$  v čase  $t$  bude rovnaká, ako okamžitá výchylka zdroja  $Z$  v čase  $t - \Delta t$ , teda

$$y = y_m \sin \omega(t - \Delta t) = y_m \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

Po dosadení  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  dostaneme

$$y(x, t) = y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

čo je **rovnica postupného harmonického vlnenia** v rade bodov. Na rozdiel od kmitavého pohybu je okamžitá výchylka funkciou dvoch premenných  $x$  a  $t$ . Rovnica opisuje priečne aj pozdĺžne harmonické vlnenie. Veličina

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

sa nazýva **fáza vlnenia**.

**Rozdiel medzi kmitaním a vlnením: veličiny, ktorými opisujeme kmitanie, sú len funkciami času; veličiny vlnenia sú funkciami času aj miesta.**

#### Príklad:

Napíšte rovnicu postupného harmonického vlnenia s frekvenciou  $500\text{Hz}$  a amplitúdou výchylky  $1\text{mm}$ , ktoré postupuje rýchlosťou  $5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  v smere kladnej osi  $x$ . Určte okamžitú výchylku bodu vo vzdialenosti  $0,122\text{m}$  od zdroja v čase  $0,025\text{s}$ .

Riešenie:

$$f = 500\text{Hz}, y_m = 1\text{mm} = 0,001\text{m}, v = 5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}, x = 0,122\text{m}, t = 0,025\text{s}, y = ???\text{m}$$

Pre periódu a vlnovú dĺžku platí:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{500\text{Hz}} = 0,002\text{s}, \lambda = v\cdot T = 0,01\text{m}$$

Potom rovnica vlnenia bude:

$$y(x,t) = 0,001 \sin 2\pi \left( \frac{t}{0,002} - \frac{x}{0,01} \right) m = 0,001 \sin(500t - 100x)m$$

Pre okamžitú výchylku platí:

$$y(0,122;0,025) = 0,001 \sin 2\pi(500 \cdot 0,025 - 100 \cdot 0,122)m \doteq 0,00095m$$

## 2.2.6 Interferencia vlnenia

Ak dopadnú na vodnú hladinu dva kamene, pozorujeme dve kruhové vlny, ktoré sa navzájom prekrývajú, pri svojom pohybe sa však neovplyvňujú. V mieste prekryvu má amplitúda rôznu veľkosť, čo je dôsledok **interferencie vlnenia**.

Ak sa stretnú dve a viacero vlnení, dochádza k **skladaniu (interferencii) vlnenia**. Výsledný kmitavý pohyb hmotných bodov prostredia je určený **superpozíciou kmitania** vyvolaných od každého vlnenia zvlášť.

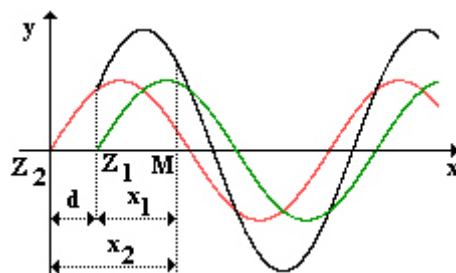
Pre vyšetovanie interferencie vlnenia je nutné splniť podmienky interferencie:

1. mať k dispozícii minimálne dve vlnenia
2. všetky uvažované vlnenia majú rovnakú vlnovú dĺžku  
(Táto podmienka nie je nutná, ale najvýraznejšie efekty bude interferencia vykazovať práve v prípade, keď budú mať všetky vlnenia rovnakú vlnovú dĺžku (resp. rovnakú frekvenciu).)
3. medzi vlneniami vznikne dráhový alebo fázový posuv (rozdiel)

**Dráhový rozdiel** si môžeme predstaviť tak, že na hladinu rybníka dopadnú v rovnakom časovom okamihu do rôznych bodov dva kamene. Vzďialenosť bodov dopadu je dráhový rozdiel vln.

**Fázový rozdiel** je všeobecnejším prípadom ako dráhový a môže vzniknúť rovnako ako dráhový. Je ale ešte iná možnosť – dva kamene dopadnú do rovnakého miesta na hladine vody, ale v rôznom čase – medzi dopadmi bude určitý časový interval.

Uvažujme dve vlnenia s rovnakou vlnovou dĺžkou  $\lambda$  a amplitúdou výchylky  $y_m$ , ktoré sa šíria rovnakou rýchlosťou radom bodov. Zdroje vlnenia majú rôznu polohu, ale kmitajú s rovnakou počiatočnou fázou. Pre bod  $M$  zapíšeme pre vlnenia rovnice:



$$y_1 = y_m \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) \right] \text{ a } y_2 = y_m \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) \right]$$

O výsledku interferencie rozhoduje fázový rozdiel vlnenia  $\Delta\varphi$ , ktorý určíme ako rozdiel fáz jednotlivých vlnení v určitom okamihu:

$$\Delta\varphi = \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) \right] - \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) \right] = \frac{2\pi}{\lambda} (x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda} d$$

kde  $d$  je dráhový rozdiel medzi vlneniami – je to vzdialenosť dvoch bodov, v ktorých majú obe vlnenia rovnakú fázu.

**Zvláštne prípady interferencie vlnenia dostávame v prípade, keď je dráhový rozdiel rovný celistvému počtu polvln interferujúcich vlnení:**

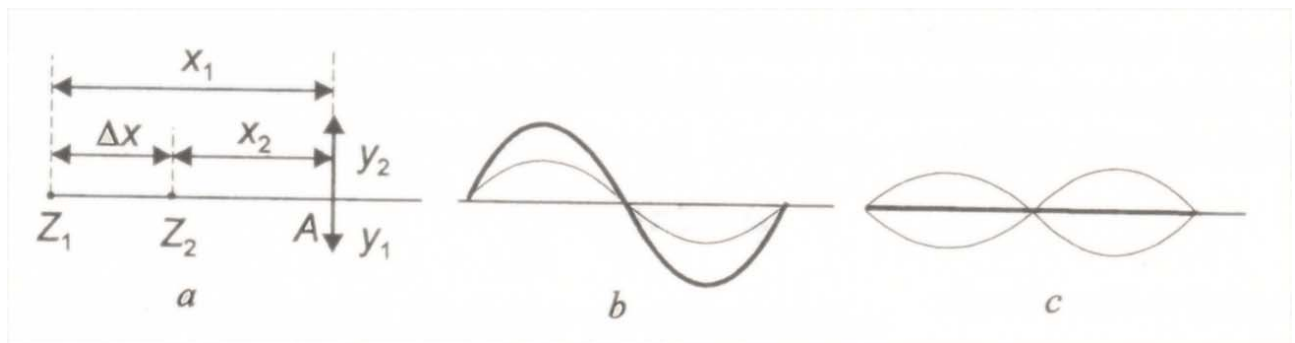
1.  $d = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ ;  $k \in N_0$  - vlnenia sa stretávajú vo všetkých bodoch s rovnakou fázou, preto je amplitúda výsledného vlnenia rovná  $y_m = y_{m1} + y_{m2}$  a vzniká interferenčné maximum.

2.  $d = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ ;  $k \in N_0$  - vlnenia sa stretávajú vo všetkých bodoch s opačnou fázou, preto je amplitúda výsledného vlnenia rovná  $y_m = |y_{m1} - y_{m2}|$  a vzniká interferenčné minimum (ak je  $y_{m1} = y_{m2}$ , vlnenie sa „ruší“).

Interferencia má obrovské využitie najmä v optike (elektromagnetické vlnenie, svetlo, ...). Pomocou interferencie je tiež možné určiť, či má skúmaný fyzikálny jav vlnovú povahu.

\*\*\*\*\*

V pružnom prostredí môže súčasne postupovať viac vlnení z rôznych zdrojov. Ak sa dve alebo viac vlnení dostane do toho istého bodu prostredia, bod bude konať zložený kmitavý pohyb. **Interferencia vlnení** je skladanie dvoch alebo viacerých vlnení tak, že okamžitá výchylka každého bodu, do ktorého sa vlnenia dostali, sa rovná vektorovému súčtu okamžitých výchyliek jednotlivých vlnení.



Interferencia vlnení je jav pomerne komplikovaný, preto sa budeme zaoberať iba interferenciou dvoch vlnení rovnakej amplitúdy a frekvencie v rade bodov s rovnobežnými smermi kmitov.

Majme dva zdroje vlnenia, ktoré ležia v jednej priamke a kmitajú s rovnakou začiatočnou fázou, pre postupujúce vlny platí:

$$y_1 = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right)$$

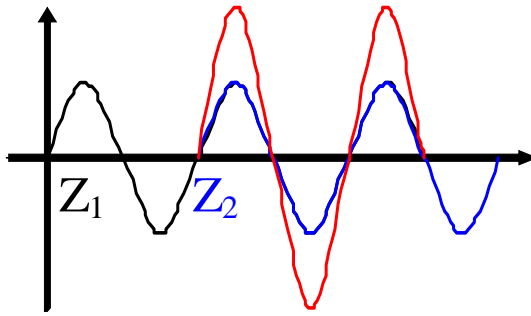
$$y_2 = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

Výsledné vlnenie je dané súčtom oboch rovníc:

$$y = y_1 + y_2 = y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + y_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y = y_m \sin \frac{2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} + \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)}{2} \cos \frac{2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} - \frac{t}{T} + \frac{x_2}{\lambda} \right)}{2}$$

$$y = \underbrace{2y_m \cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda}}_{Y_m - \text{výsledná amplitúda}} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right)$$



**Maximálne zosilnenie vlnenia** nastane vtedy, keď nová amplitúda  $Y_m$ , bude dosahovať maximálnu hodnotu, a to je:

$$\cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = \pm 1 \Leftrightarrow \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = k\pi \Rightarrow x_1 - x_2 = k\lambda$$

Maximálne zosilnenie nastáva, ak dráhový rozdiel (vzdialenosť zdrojov, v týchto bodoch majú vlnenia rovnakú fázu) je celočíselným násobkom vlnovej dĺžky  $\lambda$ . Hovoríme, že vlnenia sú vo fáze.

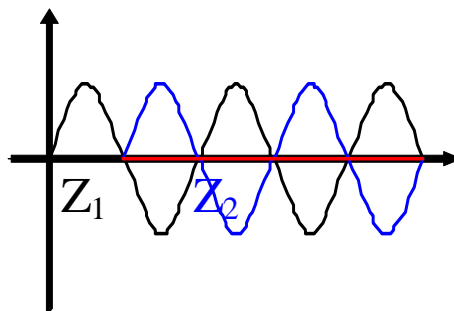
Keď amplitúdy nie sú rovnaké, výsledná amplitúda sa rovná ich súčtu  $y_m = y_{m1} + y_{m2}$ .

**Zoslabenie vlnenia** nastane vtedy, keď nová amplitúda  $Y_m$  nadobudne nulovú hodnotu:

$$\cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = 0 \Leftrightarrow \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = \frac{\pi}{2}(2k + 1) \Rightarrow x_1 - x_2 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

Vlnenie sa interferenciou ruší, ak dráhový rozdiel sa rovná nepárnemu násobku polvln.

Keď amplitúdy nie sú rovnaké, výsledná amplitúda sa rovná absolútnej hodnote rozdielu amplitúd zložiek  $y_m = |y_{m1} - y_{m2}|$



Hovoríme, že vlnenia sú v opačnej fáze.

Interferencia je charakteristický jav pre každé vlnenie. Často je kritériom pri rozhodovaní o tom, či istý fyzikálny jav má alebo nemá vlnovú povahu.

**Príklad:**

Dva zdroje priečných vlnení, ktoré postupujú radom bodov, sú vzdialené 15cm a kmitajú podľa rovnice  $y(t) = 0,05 \sin 20\pi t$  m. Aká bude amplitúda výsledného vlnenia vzniknutého interferenciou, ak fázová rýchlosť vlnení je  $2m \cdot s^{-1}$ ?

Riešenie:

$$\Delta x = 15cm = 0,15m, \quad v = 2m \cdot s^{-1}, \quad y_m = 0,05m, \quad T = 0,1s, \quad Y = ???m$$

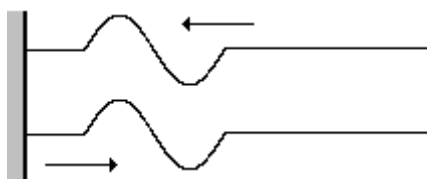
$$Y = \left| 2y_m \cos \pi \frac{\Delta x}{\lambda} \right| = \left| 2 \cdot 0,05 \cdot \cos \pi \frac{0,15}{0,2} \right| m = 0,071m$$

Amplitúda vlnenia bude 0,071m.



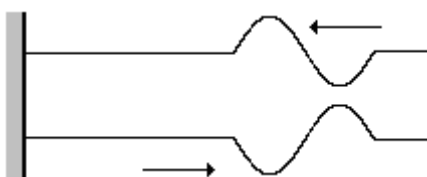
## 2.2.7 Odraz vlnenia v rade bodov, stojaté vlnenie

Ak postupuje vlnenie radom bodov a dospeje na koniec tohoto radu, nastáva odraz vlnenia a vlna sa vracia späť. Na konci môžeme uvažovať o „dvoch typoch“ konca radu bodov:



1. **Pevný koniec** – dochádza k odrazu vlnenia s opačnou fázou, t.j. ak dospeje k pevnému koncu najprv maximum a potom minimum vlny, po odraze je situácia opačná – ako prvé sa vracia minimum a potom maximum vlny.

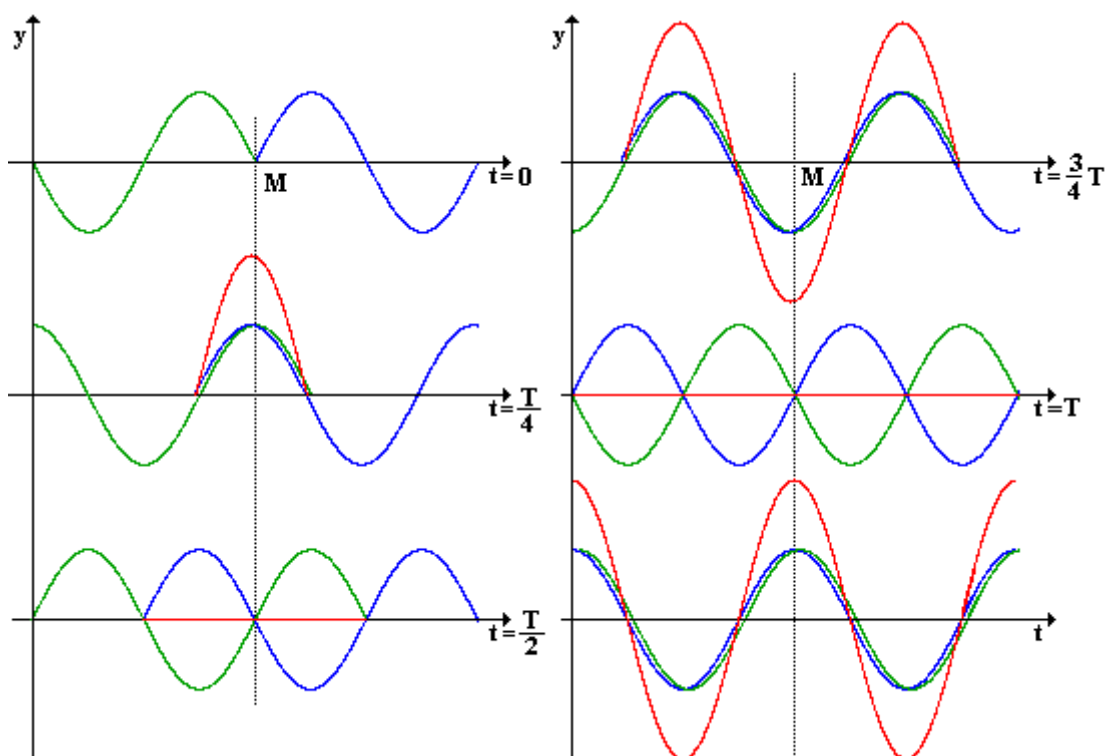
Pevný koniec môžeme zrealizovať napríklad pomocou gumovej hadice upevnenej na skobe v stene. Alebo detskou farebnou pružinou, ktorú vezmeme do ruky, necháme visieť dole a rozvlníme v priečnom smere. Pritom druhý koniec pružiny zaťažíme ťažkým závažím alebo prišliapneme nohou. Odraz na pevnom konci je dobre viditeľný.



2. **Voľný koniec** – dochádza k odrazu s rovnakou fázou, tj. ak dospeje k voľnému koncu najprv maximum a potom minimum vlny, po odraze sa pohybuje maximum a minimum v rovnakom poradí – tj. najskôr sa vracia vrch a potom spodok vlny.

Voľný koniec môžeme zrealizovať napríklad pomocou voľne visiacej pružiny, voľne visiaceho lana alebo pomocou gumovej hadice pripevnenej k skobe v stene. Tentokrát je potrebné medzi hadicu a skobu pridať kúsok povrazu.

Možno sa zdá, že obrázky sú k textu priradené naopak, ale nie je to tak ! Sú správne. Znovu si prečítajte rozdiel medzi pevným a voľným koncom a sledujte pozorne obrázky.



Ak kmitá jeden koniec pružného vlákna trvale harmonicky, postupuje vlnenie k jeho pevnému koncu, tam sa odráža a vracia sa späť k zdroju a dochádza k skladaniu (interferencii) priameho a odrazeného vlnenia. Obe vlnenia postupujú rovnakými rýchlosťami opačného smeru. U výsledného vlnenia je amplitúda výchyliek jednotlivých bodov rôzna a priebeh vlnenia na vlákne vytvára dojem, že vlna akoby „stojí“ na mieste. **Tento typ vlnenia sa nazýva stojaté vlnenia.**

**Stojaté vlnenie vzniká interferenciou postupného priameho vlnenia a vlnenia odrazeného od pevného konca daného prostredia.**

Vznik stojatého vlnenia je graficky znázornený na predošlom obrázku; stojaté vlnenie vzniká grafickou superpozíciou dvoch rovnakých vlnení postupujúcich opačným smerom proti sebe. Je vidieť, že bod  $M$ , v ktorom sa obe vlnenia stretávajú v čase  $t=0$ , kmitá s najväčšou amplitúdou výchylky.

„Zelená vlna“ sa šíri zľava doprava, „modrá vlna“ sprava so ľava. Vlnenia sú zobrazené po jednej štvrtine periódy.

**Kmitňa stojatého vlnenia je bod, ktorý kmitá s maximálnou amplitúdou.**

Vzdialenosť dvoch susedných kmitní je  $\frac{\lambda}{2}$ . Na polovičnej vzdialenosti medzi kmitňami je **uzol**.

**Uzol stojatého vlnenia je bod, ktorý zostáva v pokoji (t.j. jeho amplitúda je nulová).**

Zásadné rozdiely medzi vlnením postupným a stojatým:

1. **Pri postupnom vlnení kmitajú všetky body s rovnakou amplitúdou**, ale rôznou fázou. Fáza sa šíri rýchlosťou  $\vec{v}$ , ktorá sa tiež označuje ako **fázová rýchlosť**. Postupným vlnením sa prenáša energia.  
*Vlnenie na vodnej hladine po dopade kameňa, ... .*
2. **Pri stojatom vlnení kmitajú všetky body medzi dvomi uzlami s rovnakou fázou**, ale rôznou amplitúdou výchylky (je to závislé od polohy bodu). Energia sa neprenáša, len sa mení potenciálna energia pružnosti na kinetickú a naopak.

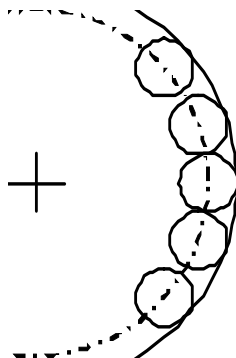
Stojaté vlnenie môže byť priečne a pozdĺžne. Stojaté vlnenie priečne je zdrojom zvuku v prípade strunových nástrojov (gitar, husle, ...), zatiaľ čo stojaté vlnenie vzduchového stĺpca pozdĺžne v dutej časti nástroja je príčinou zvuku u dychových nástrojov (klarinet, trúbka, ...). Toto stojaté vlnenie sa označuje ako **chvenie**.

## 2.2.8 Šírenie vlnenia v priestore

V priestore vlnenie postupuje od zdroja všetkými smermi. Množina všetkých bodov prostredia, do ktorých sa vlnenie dostane v tom istom čase, sa nazýva **vlnoplocha**. Všetky body vlnoplochy kmitajú s rovnakou fázou. Vlnoplocha v danom časovom okamihu najvzdialenejšia od zdroja sa nazýva **čelo vlnenia**. Myslená čiara, po ktorej postupuje energia vlnenia, sa nazýva **lúč**.

V homogénnom izotropnom prostredí (izotropné prostredie – prostredie, v ktorom sa vlna šíri všetkými smermi rovnakou rýchlosťou) je fázová rýchlosť vo všetkých bodoch a vo všetkých smeroch rovnaká, preto vlnoplochy vlnenia bodového zdroja sú guľové plochy so stredom v zdroji. V izotropnom prostredí je lúč kolmice na vlnoplochu. V anizotropnom prostredí majú vlnoplochy iný tvar. Vlnenie, ktorého vlnoplochy sú rovinné, sa nazýva rovinné **vlnenie**.

Šírenie vlnenia v priestore skúmal holandský fyzik Christian Huygens (druhá polovica 17. storočia). O mechanizme šírenia vlnenia v priestore vyslovil v roku 1687 **Huygensov princíp**:



**Každý bod prostredia, do ktorého sa dostalo vlnenie, je zdrojom elementárneho vlnenia, ktoré sa šíri elementárnymi guľovými vlnoplochami. Ak poznáme vlnoplochu v istom čase  $t$ , tak vlnoplochu v čase  $t + \Delta t$  zostrojíme ako vonkajšiu obálku elementárných vlnoplôch.**

Huygens vychádzal z predpokladu, že elementárne vlnenia sa interferenciou zosilňujú iba v mieste vonkajšej obálky, kým v iných smeroch sa rušia. Správnosť tohoto predpokladu dokázal francúzsky fyzik Augustin Jean Fresnel (začiatok 19. stor.). Význam Huygensovho princípu je v tom, že umožňuje konštruovať vlnoplochu v istom čase, ak je známa vlnoplocha v niektorom predchádzajúcom čase bez toho, aby sme poznali zdroj vlnenia.

Huygens zistil, že ak zabránime vlneniu v postupe prekážkou a necháme v prekážke len malú dieru, táto diera sa bude správať ako nový zdroj vlnenia – vlna sa od nej bude šíriť všetkými smermi. Význam Huygensovho princípu spočíva v tom, že ak máme vlnoplochu a chceme zostrojiť ďalšiu, zostrojíme len malé kružnice okolo každého bodu vlnoplochy – elementárne vlnoplochy; a nová vlnoplocha potom bude obalovou vrstvou týchto malých vlnoplôch.

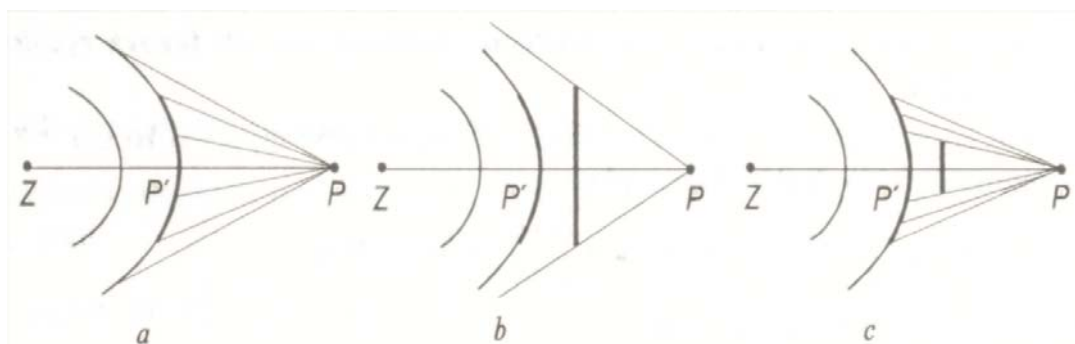
### 2.2.9 Ohyb vlnenia, tieň

Ohyb (difrakcia) vlnenia je jav spočívajúci v tom, že pri prechode vlnenia v blízkosti prekážky preniká vlnenie aj do oblasti geometrického tieňa prekážky.

Ohyb vlnenia nastane, ak vlneniu položíme do cesty veľkú prekážku s otvorom. Za otvorom sa vlnenie nebude šíriť priamočiarno, ale bude sa šíriť širšie ako by sme predpokladali (príčinou je Huygensov princíp). Nastal ohyb vlnenia. Ohyb vlnenia je tým výraznejší, čím je vlnová dĺžka vlnenia väčšia a otvor menší.

Analogickým javom je tieň, ktorý vznikne, ak vlneniu do cesty položíme malú prekážku. Vlnenie sa bude šíriť aj v geometrickom tieni. Jav je tým výraznejší, čím je vlnová dĺžka väčšia a čím je prekážka menšia.

Tieto javy sú o to menej výrazné, čím je vlnová dĺžka vlnenia menšia.



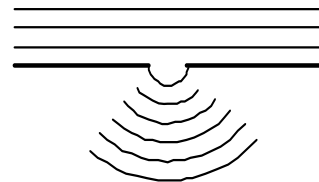
Vlnenie v bode  $P$  (obr. a) je podľa Huygensovho princípu výsledkom interferencie elementárných vlnení, ktorých zdrojmi sú body vlnoplochy.

Fresnel ukázal, že pre vlnenie v bode  $P$  je podstatná iba malá časť vlnoplochy okolo bodu  $P'$ , ktorá sa nazýva **účinná plocha**. Jej rozmery sú porovnateľné s vlnovou dĺžkou vlnenia. Ak

rozmary prekážky sú oveľa väčšie ako vlnová dĺžka vlnenia, prekážka „zakryje“ účinnú plochu (obr. b), preto vlnenie za prekážkou bude zanedbateľné. Ak rozmary prekážky sú porovnateľné s vlnovou dĺžkou (obr. c), vlnenie sa za prekážku dostane. Z uvedeného vyplýva: **Ohyb vlnenia nastáva pri prechode okolo každej prekážky, ale pozorovateľný je iba vtedy, keď rozmary prekážky sú porovnateľné s vlnovou dĺžkou vlnenia.**

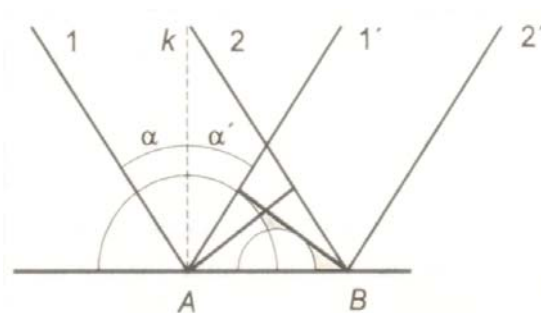
Ak rozmary prekážky sú oveľa väčšie ako vlnová dĺžka vlnenia, ohyb vlnenia môžeme zanedbať a môžeme predpokladať, že vlnenie sa šíri priamočiaro.

**Ohyb** vlnenia nastáva pri prechode vlnenia malým otvorom v prekážke (otvor musí byť porovnateľný s vlnovou dĺžkou vlnenia); vlnenie sa šíri aj za prekážkou. Keď má prekážka oveľa väčší rozmer, ako je vlnová dĺžka vlnenia, vzniká za prekážkou **tieň**.



### 2.2.10 Odraz vlnenia

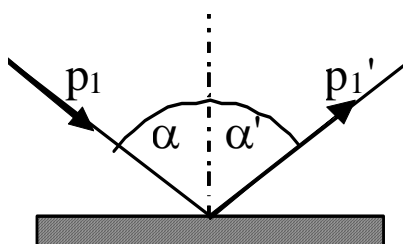
Odraz (reflexia) vlnenia je jav spočívajúci v tom, že pri dopade vlnenia na rozhranie dvoch prostredí sa časť vlnenia vráti do pôvodného prostredia.



Na obrázku je znázornený odraz rovinného vlnenia na rovinnom rozhraní. Uhol dopadajúceho (odrazeného) lúča a kolmice dopadu  $k$  je uhol dopadu (odrazu). Rovina určená dopadajúcim lúčom a kolmicou dopadu je rovina dopadu. Z konštrukcie na obrázku vyplýva:

$$\alpha = \alpha'$$

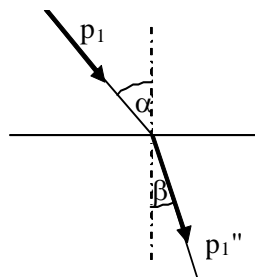
teda platí **zákon odrazu: Uhol odrazu sa rovná uhlu dopadu a odrazený lúč ostáva v rovine dopadu.**



Uhol dopadu je medzi kolmicou dopadu a dopadajúcim lúčom; uhol odrazu je medzi kolmicou dopadu a odrazeným lúčom. Rovina určená lúčom dopadajúceho vlnenia a kolmicou na rozhranie sa nazýva rovina dopadu. Odrazený lúč leží v rovine dopadu

### 2.2.7 Lom vlnenia

**Lom (refrakcia) vlnenia** je jav spočívajúci v tom, že pri dopade vlnenia na rozhranie dvoch prostredí časť vlnenia prejde do druhého prostredia, pričom sa zmení smer postupu vlnenia.

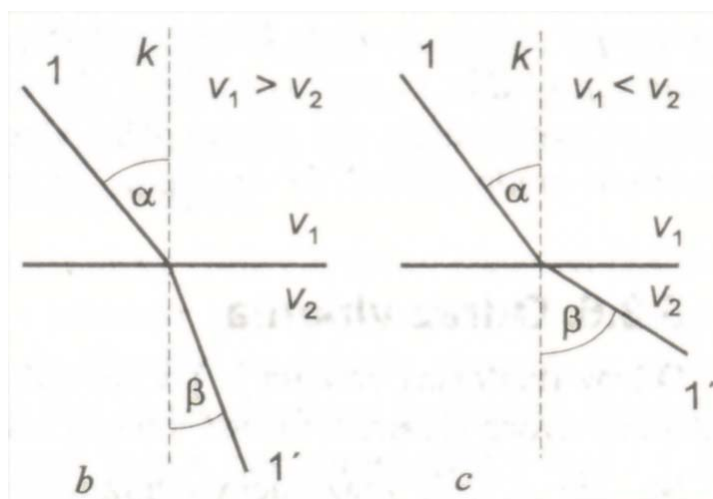


**Zákon lomu vlnenia (Snellov zákon lomu)** hovorí: pomer sínusu uhla dopadu k sínusu uhla lomu je pre dve dané prostredia stála veličina a rovná sa pomeru fázových rýchlostí v oboch prostrediach. Nazýva sa index lomu vlnenia  $n$  pre dané prostredie

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n$$

kde  $\alpha$  je uhol dopadu,  $\beta$  je uhol lomu,  $v_1$  a  $v_2$  sú fázové rýchlosti vlnení. Vzťah je matematickou formuláciou zákona lomu vlnenia. Lomený lúč zostáva v rovine dopadu.

Podiel  $\frac{v_1}{v_2} = n$  sa nazýva index lomu daných dvoch prostredí. Zo zákona vyplýva:



1. Ak  $v_1 > v_2$ , tak  $\alpha > \beta$  - nasáva lom od kolmice (na obr. b).
2. Ak  $v_2 > v_1$ , tak  $\beta > \alpha$  - nasáva lom ku kolmici (na obr. c). V tomto prípade existuje taká hodnota uhla dopadu  $\alpha_m$ , ktorej zodpovedá uhol lomu  $\beta = 90^\circ$ . Potom

$\sin \alpha_m = \frac{v_1}{v_2} = n$ . Uhol dopadu  $\alpha_m$  sa nazýva **medzný uhol**. Po jeho prekročení vlnenie

neprechádza do druhého prostredia – nastáva **úplny (totálny) odraz** vlnenia.

### Príklad:

Na rovinné rozhranie vody a skla dopadá z vody rovinné vlnenie pod uhlom  $10^\circ$ . Uhol lomu je  $37^\circ$ . Aká je rýchlosť vlnenia v skle, ak rýchlosť vo vode je  $1440 \text{ m.s}^{-1}$ ?

Riešenie:

$$\alpha = 10^\circ, \beta = 37^\circ, v_1 = 1440 \text{ m.s}^{-1}, v_2 = ???$$

Podľa zákona lomu  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$ , odkiaľ  $v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ . Potom  $v_2 = 1440 \cdot \frac{\sin 37^\circ}{\sin 10^\circ} = 4990 \text{ m.s}^{-1}$ .

Rýchlosť vlnenia v skle je  $4990 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Úlohy:

1. Určte frekvenciu vlnenia s vlnovou dĺžkou  $1,5m$ , ktoré postupuje fázovou rýchlosťou  $4500\frac{m}{s}$ .
2. Napíšte rovnicu postupného vlnenia s frekvenciou  $400Hz$  a amplitúdou  $0,10m$ , ktoré postupuje fázovou rýchlosťou  $400\frac{m}{s}$  v smere: A. kladnej osi, B. zápornej osi  $x$ .
3. Určte amplitúdu, frekvenciu, periódu, vlnovú dĺžku a fázovú rýchlosť vlnenia s rovnicou  $y = 0,4 \cdot \sin 2\pi(4t - 5x)m$ .
4. Vlnenie s frekvenciou  $8Hz$  postupuje fázovou rýchlosťou  $20m \cdot s^{-1}$ . Aký je fázový rozdiel bodov vzdialených  $50cm$  ?
5. Pod akým najväčším uhlom môže dopadať vlnenie zo vzduchu na rozhranie s vodou, aby sa dostalo do vody ? Rýchlosť vlnenia vo vzduchu je  $340m \cdot s^{-1}$ , vo vode  $1440m \cdot s^{-1}$ .
6. Aký najväčší môže byť uhol dopadu, aby sa vlnenie dostalo do druhého prostredia, ak index lomu je  $0,5$  ?
7. Vlnenie s frekvenciou  $400Hz$  prechádza zo vzduchu do vody. Ako sa zmení jeho vlnová dĺžka ? Fázová rýchlosť vlnenia vo vzduchu je  $340m \cdot s^{-1}$ , vo vode  $1440m \cdot s^{-1}$ .