

## Príklady

Kmity č. 2 - pokračovanie

Príklady: Vyriešte príklady.

13. Určte okamžitú výchylku harmonického pohybu v čase  $t = 0s$  a v čase  $t = \frac{1}{4}T$ , ak je amplitúda výchylky  $10cm$  a počiatočná fáza  $\frac{\pi}{6} rad$ .

14. Harmonické kmitanie je opísané rovnicou  $y = 0,1 \cdot \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ . Určte amplitúdu výchylky, periódu a počiatočnú fázu kmitania. Určte dobu od počiatku kmitania, za ktorú okamžitá výchylka dosiahne amplitúdu výchylky.

15. Teleso zavesené na pružine kmitá harmonicky s frekvenciou  $1,6Hz$ . Hmotnosť telesa je  $200g$ . Určte dobu, za ktorú vykoná 30 kmitov, tuhosť pružiny a frekvenciu kmitov, ak sa tuhosť zdvojnásobí.

16. Oscilátor vznikol zavesením závažia s hmotnosťou  $10kg$  na pružinu, ktorá sa predĺžila o  $15cm$ . Určte periódu.

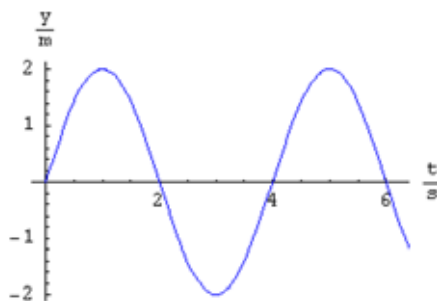
17. Porovnajme dĺžku sekundového kyvadla na Zemi ( $g = 9,81m \cdot s^{-2}$ ) a na Mesiaci ( $g = 1,6m \cdot s^{-2}$ ).

18. Určte dĺžku matematického kyvadla, ktoré kmitá s frekvenciou  $1,6Hz$ .

19. Kyvadlo s dĺžkou závesu  $40cm$  kmitá s rovnakou periódou ako teleso zavesené na pružine s tuhosťou  $20N \cdot m^{-1}$ . Určte hmotnosť telesa.

20. Teleso zavesené na pružine s tuhosťou  $50N \cdot m^{-1}$  vykoná 50 kmitov za  $64s$ . Určte hmotnosť.

21. Napíšte rovnicu kmitavého pohybu, ktorého graf závislosti okamžitej výchylky od času je na obrázku. Určte okamžitú výchylku v čase  $t_1 = 0,5s$ .



22. Harmonický oscilátor kmitá s frekvenciou  $2Hz$  a počiatočná fáza  $\frac{\pi}{3}$ . V akom čase od začiatku kmitania bude prvý krát okamžitá výchylka rovná polovici amplitúdy?

23. Akú frekvenciu majú harmonické kmity s amplitúdou  $10cm$ , ak bolo zistené pri časovom zápise, že za čas  $1ms$  po prechode rovnovážnou polohou dosiahli výchylku  $2cm$ .

24. Za jednu dvadсятinu sekundy po prechode rovnovážnou polohou má kmitajúci oscilátor štvrtinu maximálnej výchylky. S akou frekvenciou kmitá?

25. Aký čas uplynie, pokiaľ sa výchylka harmonického oscilátora zväčší z  $3cm$  na  $7cm$ ? Frekvencia kmitania oscilátora je  $54Hz$  a amplitúda výchylky je  $8cm$ .

26. (!) Kyvadlové hodiny idú presne v nulovej nadmorskej výške. Ako sa zmení ich chod za dobu 24 hodín, ak ich premiestnime do výšky  $400m$  nad morom? Polomer Zeme je  $6378km$ .

27. Kyvadlové hodiny meškajú 10 minút za 10 hodín. Ako treba zmeniť dĺžku kyvadla aby hodiny išli správne?

28. Vodorovná podložka, na ktorej je voľne položený predmet, kmitá harmonicky s amplitúdou výchylky  $0,1m$ . Určte frekvenciu kmitania dosky, pri ktorej začne predmet na podložke nadskakovať.

29. (!) Tri malé guľičky umiestnené na dokonale hladkom stole sú vzájomne spojené tenkými gumičkami, ktorých pokojová dĺžka je  $l$  a tuhosť  $k$ . Vytvárajú rovnostranný trojuholník. Aký náboj je potrebné priviesť na každú guľičku, aby sa plocha trojuholníka zdvojnásobila? Dej prebieha v prostredí s relatívnou permitivitou  $\epsilon_r$ .

30. Ak zväčšíme hmotnosť telesa zaveseného na pružine o  $60\text{g}$ , doba kmitu sa zdvojnásobí. Aká bola pôvodná hmotnosť telesa?

31. Ak zavesíme na určitú pružinu teleso s hmotnosťou  $2\text{kg}$ , predĺži sa pružina o  $0,06\text{m}$ . Určte:

A.) tuhosť pružiny;

B. predĺženie pružiny, ak visí na nej teleso s hmotnosťou  $3\text{kg}$ ;

C.) frekvenciu, s ktorou bude na pružine kmitať teleso s hmotnosťou  $4\text{kg}$ ;

D.) frekvenciu, s ktorou bude toto teleso kmitať na pružine, ktorá vznikne tak, že z predošlej oddelíme jednu tretinu.

Hmotnosť pružiny zanedbajte.

*Cvičné príklady:* Vyriešte príklady.

### Harmonický pohyb

1. Akú frekvenciu majú harmonické kmity s amplitúdou  $10\text{cm}$ , pri ktorých časovom zápise sme zistili, že za čas  $0,001\text{s}$  po prechode rovnovážnou polohou dosiahli výchylku  $2\text{cm}$ ?
2.  $1/20\text{s}$  po prechode rovnovážnou polohou má kmitajúce teleso  $1/4$  maximálnej výchylky. Akou frekvenciou kmitá?
3. Koľko času uplynie, kým výchylku  $3\text{cm}$  zväčšíme na  $7\text{cm}$  pri harmonickom kmitaní s frekvenciou  $108\text{Hz}$  a amplitúdou  $8\text{cm}$ ?
4. Výchylka harmonického kmitania s amplitúdou  $6\text{cm}$  dosiahne počas jednej polperiódy v časovom intervale  $0,002\text{s}$  dva razy za sebou hodnotu  $3\text{cm}$ . Aká je frekvencia harmonického kmitania?

### Pružinové kyvadlo

5. Ak na pružinu zavesíme závažie, predĺži sa o  $4\text{cm}$ . S akou frekvenciou bude závažie na pružine kmitať, ak ho vychýlime z rovnovážnej polohy?
6. Pružina má tuhosť  $25\text{N/m}$ . Aké ťažké teleso musíme na pružinu zavesiť, aby vykonávalo  $25$  kmitov za minútu?
7. Keď zväčšíme hmotnosť visiaceho telesa na pružine o  $60\text{g}$ , doba kmitu sa zdvojnásobí. Aká bola pôvodná hmotnosť telesa?
8. Teleso s hmotnosťou  $200\text{g}$ , zavesené na pružine, vykonáva za minútu  $42$  kmitov. Aké predĺženie má pružina pôsobením tohto telesa v rovnovážnej polohe?
9. Určte dobu kmitu, frekvenciu a uhlovú frekvenciu piestu štvortaktného (dvojtaktného) motora, ak vykonáva otáčky s frekvenciou  $30\text{Hz}$ .

### Matematické kyvadlo

10. Ako by sa zmenil chod kyvadlových hodín, ktoré idú u nás presne, keby sme ich preniesli na rovník alebo na pól?
11. Kyvadlové hodiny sa oneskorujú  $10$  minút za  $10$  hodín. Ako je potrebné zmeniť dĺžku kyvadla, aby bol chod hodín správny?
12. Z povaly hradnej siene visí luster vzdialený  $3\text{m}$  od podlahy. Luster koná za minútu  $60$  kyvov. Aká vysoká je povala hradnej siene?
13. Guľička je zavesená na dlhej niti. Prvýkrát ju po zvislej priamke zodvihneme k bodu závesu a pustíme dolu, druhýkrát ju ako kyvadlo vychýlime o malý uhol a pustíme. V ktorom prípade sa vráti skôr do pôvodnej polohy?
14. Dve matematické kyvadlá rôznych dĺžok majú doby kmitu v pomere  $19:20$ . Prvé kyvadlo vykoná za  $30\text{s}$  o tri kmity viac než druhé. Určte frekvencie a doby kmitu oboch kyvadiel.
15. Kým jedno z dvoch vlákňových kyvadiel vykoná  $50$  kmitov, druhé zatiaľ vykoná  $54$  kmitov. Keď druhé kyvadlo predĺžime o  $6\text{cm}$ , tak v rovnakom čase ako prvé vykoná tiež  $50$  kmitov. Aké dlhé sú obidve kyvadlá?
16. Keď skrátime matematické kyvadlo o  $1/5$  jeho dĺžky, zväčší sa jeho frekvencia o  $1/5\text{Hz}$ . Keď kyvadlo predĺžime o  $1/5$  jeho dĺžky zmenší sa jeho frekvencia o  $1/5\text{Hz}$ . Aké dlhé je kyvadlo?
17. O koľko percent sa skráti doba kmitu matematického kyvadla, keď jeho dĺžku skrátime o  $1/4$ ?

## Príklady

### Kmity č. 1

**Príklady:** Vyriešte príklady.

1. Napíšte rovnicu harmonického kmitavého pohybu s amplitúdou výchylky  $10\text{cm}$ , periódou  $0,01\text{s}$  a začiatočnou fázou  $\frac{\pi}{6}$ .
  2. Určite periódu a frekvenciu
    - a.) ihly šijacieho stroja, ktorá urobí 20 stehov za sekundu
    - b.) tepov srdca, ktoré vykoná 75 tepov za minútu
  3. Harmonické kmitanie oscilátora je opísané rovnicou  $y = 8 \cdot \sin(4\pi t + 0,25 \cdot \pi)$  cm. Určite:
    - a.) amplitúdu výchylky
    - b.) periódu
    - c.) frekvenciu
- Vypočítajte okamžitú výchylku v čase  $t = 0\text{s}$
4. Kmitanie oscilátora je opísané rovnicou  $y = 4 \cdot \sin(0,5\pi t)$  cm. Za aký čas dosiahne okamžitá výchylka oscilátora polovičnú veľkosť amplitúdy výchylky?
  5. Ako sa zmení perióda harmonického kmitavého pohybu, ak ku pružine namiesto medeného valčeka ( $\rho_1 = 8930 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) pripevníme hliníkový valček ( $\rho_2 = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) s rovnakým objemom?
  6. V kabíne výťahu visí kyvadlo, ktorého perióda je  $T_1 = 1\text{s}$ . Keď sa kabína pohybuje so stálym zrýchlením, kyvadlo kmitá s periódou  $T_2 = 1,2\text{s}$ . Určite veľkosť zrýchlenia kabíny.
  7. Perióda vlastného kmitania železničného vagóna je  $1,25\text{s}$ . Nárazmi na spoje koľajníc dostáva vagón silové impulzy, ktoré ho rozkmitajú. Pri akej rýchlosti vlaku sa vagón najviac rozkmitá, ak dĺžka koľajníc je  $25 \text{ m}$ ?
  8. Hmotný bod harmonicky kmitá s amplitúdou  $y_m = 5 \text{ cm}$ , periódou  $T = 2\text{s}$  a  $\varphi = 0^\circ$ . Určite rýchlosť hmotného bodu v okamihu, keď okamžitá výchylka je  $2,5 \text{ cm}$ .
  9. Hmotný bod koná harmonický pohyb určený rovnicou  $y = 5 \cdot \sin(6\pi \cdot t)$  cm. V akom čase je jeho kinetická energia trikrát väčšia ako potenciálna energia?
  10. Celková energia harmonického oscilátora je  $3 \cdot 10^{-5}\text{J}$  a maximálna veľkosť sily, ktorá naň pôsobí je  $1,5 \cdot 10^{-3}\text{N}$ . Napíšte rovnicu okamžitej výchylky, ak oscilátor má periódu  $T = 2\text{s}$  a počiatočnú fázu  $\varphi = 60^\circ$ .
  11. Ako sa čo najrýchlejšie dostať z Európy do Austrálie?  
(Pomôcka: Vykopte šachtu z Európy do Austrálie, cez stred Zeme! Ak do šachty v Európe spadnete, budete kmitať medzi Európou a Austráliou. Čas cesty tam a naspäť je periódou tohto kmitavého pohybu.)
  12. Hmotný bod koná harmonický kmitavý pohyb určený rovnicou  $y(t) = y_m \sin(6\pi t)$ . V ktorom čase je jeho kinetická energia trikrát väčšia ako potenciálna ?